



Géométrie dans l'espace — Exercices d'approfondissement

Tronc commun · Géométrie dans l'espace

Série 2 — positions relatives, parallélisme, orthogonalité et sections.

Exercice 1

$ABCDEFGH$ est un cube. Donner la position relative des droites (AB) et (EH) , puis de (AB) et (CG) .

Correction

(AB) et (EH) ne sont pas coplanaires : elles sont **non coplanaires**. (AB) et (CG) ne sont pas coplanaires non plus ; elles sont de plus **orthogonales**.

Exercice 2

Énoncer le théorème du toit et l'illustrer sur un exemple.

Correction

Si deux plans sécants contiennent chacun une droite, et que ces deux droites sont parallèles, alors leur droite d'intersection est parallèle à ces deux droites. Exemple : dans un prisme, les deux faces latérales sécantes contiennent des arêtes parallèles ; leur intersection leur est parallèle.

Exercice 3

Dans un cube $ABCDEFGH$, montrer que les plans (ABC) et (EFG) sont parallèles.

Correction

(AB) et (AC) sont deux droites sécantes de (ABC) , respectivement parallèles à (EF) et (EG) du plan (EFG) : les deux plans sont donc **parallèles**.

Exercice 4

Dans un cube d'arête a , calculer la longueur de la diagonale $[AG]$.

Correction

$AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$, puis $AG^2 = AC^2 + CG^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$, donc $AG = a\sqrt{3}$.

Exercice 5

Une pyramide à base carrée a une base de côté 6 cm et une hauteur de 4 cm.

1. Calculer son volume.

2. Calculer son apothème, puis son aire latérale.

Correction

1. $\mathcal{V} = \frac{36 \times 4}{3} = 48 \text{ cm}^3.$

2. Apothème : $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm}$; aire latérale : $\frac{24 \times 5}{2} = 60 \text{ cm}^2.$

Exercice 6

Déterminer la nature de la section d'un cube par un plan parallèle à une face, puis par un plan contenant deux arêtes opposées.

Correction

Parallèle à une face : un **carré** de même dimension. Contenant deux arêtes opposées : un **rectangle** (de dimensions a et $a\sqrt{2}$).

Exercice 7

Un cône de révolution a un rayon de 5 cm et une hauteur de 12 cm.

1. Calculer son apothème (génératrice).
2. Calculer son volume et son aire latérale.

Correction

1. $g = \sqrt{25 + 144} = 13 \text{ cm}.$

2. $\mathcal{V} = \frac{\pi \times 25 \times 12}{3} = 100\pi \text{ cm}^3$; aire latérale = $\pi r g = 65\pi \text{ cm}^2.$