



Transformations du plan — Exercices d'approfondissement

Tronc commun · Transformations du plan

Série 2 — translations, symétries, homothéties et compositions.

Exercice 1

Dans un repère, donner les coordonnées de l'image de $M(3; -2)$ par :

1. la translation de vecteur $\vec{u}(-1; 4)$;
2. la symétrie centrale de centre O ;
3. la symétrie d'axe l'axe des abscisses.

Correction

1. $(2; 2)$. 2. $(-3; 2)$. 3. $(3; 2)$.

Exercice 2

h est l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$. Déterminer l'image de $A(2; -1)$ puis celle de $B(-4; 5)$.

Correction

$A'(6; -3)$ et $B'(-12; 15)$.

Exercice 3

h est l'homothétie de centre $I(1; 2)$ et de rapport $k = -2$. Déterminer l'image de $A(4; 3)$.

Correction

$\vec{IA}(3; 1)$, donc $\vec{IA'} = -2\vec{IA}(-6; -2)$ et $A'(1 - 6; 2 - 2) = (-5; 0)$.

Exercice 4

Citer, pour chaque transformation, ce qui est conservé : translation, symétrie centrale, symétrie axiale, homothétie de rapport k .

Correction

Les trois premières conservent les longueurs, les angles et les aires (ce sont des isométries). L'homothétie conserve les angles et le parallélisme ; elle multiplie les longueurs par $|k|$ et les aires par k^2 .

Exercice 5

Un triangle d'aire 12 cm^2 a pour image, par une homothétie de rapport $k = -\frac{1}{2}$, un triangle T' .

1. Calculer l'aire de T' .
2. Comparer les périmètres.

Correction

1. $12 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 3 \text{ cm}^2$.
2. Le périmètre est multiplié par $|k| = \frac{1}{2}$: il est deux fois plus petit.

Exercice 6

Déterminer la nature de la composée de deux symétries centrales de centres O_1 et O_2 distincts.

Correction

C'est la **translation** de vecteur $2\vec{O_1O_2}$.

Exercice 7

ABC est un triangle et G est le point tel que $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AI}$, où I est le milieu de $[BC]$. Quelle est l'image de I par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{2}{3}$?

Correction

C'est exactement le point G , puisque $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AI}$.