



## Projection dans le plan — Exercices d'approfondissement

Tronc commun · Projection dans le plan

Série 2 — projections, conservation des rapports et Thalès.

### Exercice 1

Rappeler la définition de la projection sur une droite  $(D)$  parallèlement à une droite  $(\Delta)$  sécante à  $(D)$ .

#### Correction

Le projeté  $M'$  de  $M$  est le point d'intersection de  $(D)$  avec la parallèle à  $(\Delta)$  passant par  $M$ .

### Exercice 2

Citer trois propriétés conservées par une projection.

#### Correction

L'alignement, le milieu d'un segment et le rapport de deux vecteurs colinéaires (donc le parallélisme avec  $(D)$ ).

### Exercice 3

La projection conserve-t-elle les longueurs ? Et les angles ? Justifier par un contre-exemple.

#### Correction

Non dans les deux cas : en projetant un segment oblique sur une droite, la longueur diminue, et un angle droit peut devenir un angle plat.

### Exercice 4

$I$  est le milieu de  $[AB]$  et  $p$  est une projection sur  $(D)$  parallèlement à  $(\Delta)$ . Montrer que  $p(I)$  est le milieu de  $[p(A)p(B)]$ .

#### Correction

La projection conserve le rapport de deux vecteurs colinéaires. Comme  $\vec{AI} = \frac{1}{2}\vec{AB}$ , on obtient  $\vec{A'I'} = \frac{1}{2}\vec{A'B'}$  :  $I'$  est bien le milieu de  $[A'B']$ .

### Exercice 5

Dans un triangle  $ABC$ ,  $M \in [AB]$  avec  $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$ , et la parallèle à  $(BC)$  passant par  $M$  coupe  $[AC]$  en  $N$ .

1. Justifier que  $N$  est le projeté de  $M$  sur  $(AC)$  parallèlement à  $(BC)$ .
2. Calculer  $\frac{AN}{AC}$ , puis  $MN$  sachant que  $BC = 15$  cm.

#### Correction

1.  $N$  est l'intersection de  $(AC)$  avec la parallèle à  $(BC)$  passant par  $M$  : c'est bien le projeté de  $M$ .
2. La projection conserve le rapport :  $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$ . D'après Thalès,  $MN = \frac{2}{5} \times 15 = 6$  cm.

#### Exercice 6

$ABCD$  est un parallélogramme de centre  $O$ . On projette sur  $(AB)$  parallèlement à  $(AD)$ .

1. Donner les images de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ .
2. Quelle est l'image de  $O$  ?

#### Correction

1.  $A \mapsto A$ ,  $B \mapsto B$ ,  $C \mapsto B$  et  $D \mapsto A$ .
2.  $O$  est le milieu de  $[AC]$ , donc son image est le milieu de  $[AB]$ .

#### Exercice 7

Dans un triangle  $ABC$ ,  $M$  est sur  $(AB)$  avec  $\vec{AM} = \frac{3}{4}\vec{AB}$ , et  $N$  est le projeté de  $M$  sur  $(AC)$  parallèlement à  $(BC)$ . Exprimer  $\vec{AN}$  en fonction de  $\vec{AC}$ .

#### Correction

La projection conserve le rapport :  $\vec{AN} = \frac{3}{4}\vec{AC}$ .