



Produit scalaire — Fiche de révision

Tronc commun · Produit scalaire

L'essentiel en une page

Expression	Formule
Analytique (repère orthonormé)	$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$
Avec l'angle	$\vec{u} \cdot \vec{v} = \ \vec{u}\ \ \vec{v}\ \cos \theta$
Avec les normes	$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} (\ \vec{u} + \vec{v}\ ^2 - \ \vec{u}\ ^2 - \ \vec{v}\ ^2)$
Carré scalaire	$\vec{u} \cdot \vec{u} = \ \vec{u}\ ^2$

Orthogonalité : $\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Signe : $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0$ pour un angle **aigu**, < 0 pour un angle **obtus**, $= 0$ pour un angle droit.

Al-Kashi : $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$ — c'est Pythagore généralisé.

Objet	Équation
Droite de vecteur normal $\vec{n}(a; b)$ par A	$a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$
Cercle de centre $\Omega(\alpha; \beta)$, rayon R	$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$
Cercle de diamètre $[AB]$	$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$

Ce que je dois savoir faire

- Calculer un produit scalaire par les trois expressions.
- Montrer une orthogonalité et déterminer la nature d'un angle.
- Calculer un angle avec $\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$.
- Appliquer Al-Kashi pour un côté ou un angle.
- Déterminer centre et rayon d'un cercle à partir d'une équation développée.

Les pièges à éviter

- L'expression analytique n'est valable qu'en repère **orthonormé**.
- Le produit scalaire est un **nombre**, pas un vecteur.
- Dans Al-Kashi, le signe de $\cos$ change tout pour un angle obtus.
- Pour un cercle, penser à compléter les carrés avant de lire le centre.

Testez-vous en 3 minutes

$\vec{u}(1; 3) \cdot \vec{v}(6; -2)$? Les vecteurs sont-ils orthogonaux ? Centre et rayon de $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 9$? Équation de la droite par $A(0; 0)$ de normale $\vec{n}(2; 3)$?

Réponses

0 ; oui ; centre $(-1 ; 4)$, rayon 3 ; $2x + 3y = 0$.