

TRONC COMMUN · LEÇON 8

Équations, inéquations et systèmes

Quotients · Radicaux · Systèmes · Demi-plans

Ce que nous allons apprendre

- Équations et inéquations du premier degré
- Équations rationnelles et conditions d'existence
- Équations et inéquations du second degré
- Les équations avec radical
- Les systèmes de deux équations
- Les inéquations à deux inconnues

Trois cas possibles

Équation $ax = b$	Solutions
$a \neq 0$	une seule : $x = \frac{b}{a}$
$a = 0$ et $b \neq 0$	aucune
$a = 0$ et $b = 0$	tous les réels

INÉQUATION

Mêmes règles, mais multiplier ou diviser par un **négatif** inverse le sens.

Toujours la condition d'abord

MÉTHODE

J'écris la **condition d'existence** (dénominateur non nul), puis je résous, puis je vérifie que la solution est acceptable.

Exemple. $\frac{2x - 1}{x + 3} = 3.$

- 1 Condition : $x \neq -3.$
- 2 $2x - 1 = 3(x + 3),$ donc $x = -10.$
- 3 $-10 \neq -3$: la solution convient.

Le tableau de signes

Exemple. Résoudre $\frac{x+1}{x-2} \leq 0$.

- 1 Le numérateur s'annule en -1 , le dénominateur en 2 (valeur **interdite**).
- 2 Le quotient est négatif entre -1 et 2 .
- 3 $S = [-1; 2[$: -1 est inclus, 2 est exclu.

Équations et inéquations

RAPPEL

$\Delta = b^2 - 4ac$; les racines sont $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ quand $\Delta \geq 0$.

SIGNE

Le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines, du signe de $-a$ entre elles.

Exemple. $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ a pour solution $] -\infty ; 2] \cup [3 ; +\infty[$.

Élever au carré... puis vérifier

Exemple. Résoudre $\sqrt{2x + 3} = x$.

- ➊ Conditions : $2x + 3 \geq 0$ **et** $x \geq 0$.
- ➋ En élevant au carré : $x^2 - 2x - 3 = 0$, donc $x = 3$ ou $x = -1$.
- ➌ $-1 < 0$ est rejeté : $S = \{3\}$.

Deux méthodes

Méthode	Quand l'utiliser
Substitution	une inconnue est isolée ou de coefficient 1
Combinaison	coefficients opposés ou faciles à rendre opposés

Exemple.
$$\begin{cases} 3x + 2y = 16 \\ 5x - 3y = 14 \end{cases}$$

- 1 $\times 3$ et $\times 2$: $9x + 6y = 48$ et $10x - 6y = 28$.
- 2 $19x = 76$, donc $x = 4$ et $y = 2$.

Un demi-plan

MÉTHODE

Je trace la droite frontière $ax + by + c = 0$, puis je teste un point (souvent l'origine) pour savoir quel demi-plan convient.

Exemple. $2x + y - 4 \leq 0$.

- 1 Frontière : $y = -2x + 4$.
- 2 Pour $O(0; 0)$: $-4 \leq 0$, vrai.
- 3 Le demi-plan **fermé** contenant l'origine est la solution.

APPLICATION 1

Le parking

Énoncé. 38 véhicules (voitures et motos) et 124 roues.

- 1 $\begin{cases} v + m = 38 \\ 4v + 2m = 124 \end{cases}$
- 2 $m = 38 - v$, donc $4v + 76 - 2v = 124$.
- 3 $2v = 48$, soit 24 voitures et 14 motos.

APPLICATION 2

Stylos et cahiers

Énoncé. Stylos à 3 dh, cahiers à 8 dh : 50 articles pour 265 dh.

1
$$\begin{cases} s + c = 50 \\ 3s + 8c = 265 \end{cases}$$

2 $s = 50 - c$ donne $150 + 5c = 265$.

3 $c = 23$ et $s = 27$.

L'essentiel de la leçon

Type	Réflexe
Quotient	condition d'existence d'abord
Second degré	Δ , racines, tableau de signes
Radical	conditions, carré, vérification
Système	substitution ou combinaison
Deux inconnues	droite frontière + point test