



## Généralités sur les fonctions — Exercices d'approfondissement

Tronc commun · Généralités sur les fonctions

Série 2 — domaine, parité, variations et comparaison.

### Exercice 1

Déterminer le domaine de définition de chaque fonction.

1.  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$
2.  $g(x) = \sqrt{x+4}$
3.  $h(x) = \frac{1}{\sqrt{5-x}}$

#### Correction

1.  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .
2.  $D_g = [-4; +\infty[$ .
3.  $5-x > 0$ , donc  $D_h = ]-\infty; 5[$ .

### Exercice 2

Étudier la parité de  $f(x) = x^4 - 3x^2$  et de  $g(x) = x^3 + x$ .

#### Correction

$f(-x) = x^4 - 3x^2 = f(x)$  :  $f$  est **paire**.  $g(-x) = -x^3 - x = -g(x)$  :  $g$  est **impaire**.

### Exercice 3

Montrer que  $f(x) = 3x - 5$  est croissante sur  $\mathbb{R}$  en utilisant le taux de variation.

#### Correction

Pour  $a \neq b$  :  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{3(b - a)}{b - a} = 3 > 0$  : la fonction est strictement croissante.

### Exercice 4

Étudier le sens de variation de  $f(x) = x^2 - 4x + 1$  sur  $\mathbb{R}$ .

#### Correction

Forme canonique :  $f(x) = (x - 2)^2 - 3$ . La fonction est **décroissante** sur  $] -\infty; 2]$  et **croissante** sur  $[2; +\infty[$  ; son minimum vaut  $-3$  en  $x = 2$ .

### Exercice 5

Soient  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = x$  sur  $[0; +\infty[$ . Comparer  $f$  et  $g$  et interpréter graphiquement.

#### Correction

$f(x) - g(x) = x(x - 1)$  : négatif sur  $]0; 1[$  et positif sur  $]1; +\infty[$ . La courbe de  $f$  est **en dessous** de celle de  $g$  sur  $]0; 1[$  et **au-dessus** sur  $]1; +\infty[$  ; elles se coupent en 0 et en 1.

### Exercice 6

Soit  $f$  définie sur  $[-3; 4]$  par le tableau de variations : décroissante sur  $[-3; 1]$  de 5 à  $-2$ , puis croissante sur  $[1; 4]$  de  $-2$  à 6.

1. Donner le minimum et le maximum de  $f$ .
2. Combien de solutions l'équation  $f(x) = 0$  admet-elle ?

#### Correction

1. Minimum  $-2$  atteint en  $x = 1$  ; maximum 6 atteint en  $x = 4$ .
2.  $f$  est continue et change de signe une fois sur chaque branche : l'équation admet **deux** solutions.

### Exercice 7

Soit  $f(x) = x^2$ . Décrire la transformation qui mène de la courbe de  $f$  à celle de  $g(x) = (x - 3)^2 + 2$ .

#### Correction

C'est la translation de vecteur  $\vec{u}(3; 2)$  : un déplacement de 3 vers la droite et de 2 vers le haut.