



Limites et continuité — Fiche de révision

2ème Bac · Limites et continuité

L'essentiel en une page

Forme	Technique
$\frac{\infty}{\infty}$	terme dominant
$\frac{0}{0}$	factoriser, conjuguer
$\infty - \infty$	conjugué ou factorisation
$0 \times \infty$	réécrire en quotient

Identités : $x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$; $\sqrt{A} - \sqrt{B} = \frac{A - B}{\sqrt{A} + \sqrt{B}}$.

Limite de référence	Valeur
$\frac{\sin x}{x}$ en 0	1
$\frac{\tan x}{x}$ en 0	1
$\frac{1 - \cos x}{x^2}$ en 0	$\frac{1}{2}$

Continuité : f continue en a si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$; continue sur un intervalle si elle l'est en chaque point.

TVI : f continue sur $[a ; b]$ avec $f(a)f(b) < 0$ donne une solution ; strictement monotone, elle est **unique**.

Bijection : f continue strictement monotone sur I réalise une bijection de I sur $f(I)$; f^{-1} est continue et de même sens de variation.

Ce que je dois savoir faire

- Lever toute forme indéterminée, y compris trigonométrique.
- Gérer le signe de $\sqrt{x^2}$ en $-\infty$.
- Prolonger une fonction par continuité.
- Montrer existence et unicité d'une racine.
- Montrer qu'une fonction est bijective et calculer $f^{-1}(y)$.

Les pièges à éviter

- En $-\infty$, $\sqrt{x^2} = -x$.
- Continuité en un point : trois conditions à vérifier.
- Le TVI seul ne donne pas l'unicité.
- Pour une bijection, préciser l'intervalle **image**.

Testez-vous en 3 minutes

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$? $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$? Condition de continuité ? Que donne la stricte monotonie dans le TVI ?

Réponses

3 ; 0 ; $\lim f = f(a)$; l'unicité de la solution.