



Probabilités — Exercices d'approfondissement

2ème Bac · Probabilités

Série 2 — probabilités conditionnelles, indépendance et variables aléatoires.

Exercice 1

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules noires. On tire deux boules simultanément.

1. Calculer la probabilité d'obtenir deux rouges.
2. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une noire.

Correction

1. $\frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}.$
2. $1 - \frac{5}{14} = \frac{9}{14}.$

Exercice 2

A et B sont deux événements avec $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,2$.

1. Calculer $P(A \cup B)$.
2. Les événements sont-ils indépendants ?

Correction

1. $P(A \cup B) = 0,4 + 0,5 - 0,2 = 0,7.$
2. $P(A)P(B) = 0,2 = P(A \cap B)$: ils sont **indépendants**.

Exercice 3

Avec les mêmes données, calculer $P(A | B)$ et $P(B | A)$.

Correction

$$P(A | B) = \frac{0,2}{0,5} = 0,4 ; P(B | A) = \frac{0,2}{0,4} = 0,5.$$

Exercice 4

Une maladie touche 2 % d'une population. Un test est positif dans 95 % des cas chez un malade et dans 3 % des cas chez un non-malade. Calculer la probabilité qu'un test soit positif.

Correction

$$P(T) = 0,02 \times 0,95 + 0,98 \times 0,03 = 0,019 + 0,0294 = 0,0484.$$

Exercice 5

Avec les données précédentes, calculer la probabilité d'être malade sachant que le test est positif.

Correction

$$P(M | T) = \frac{0,019}{0,0484} \approx 0,393 : \text{moins de } 40 \%, \text{ malgré un test apparemment fiable.}$$

Exercice 6

On lance deux dés équilibrés. Soit X la somme obtenue.

1. Donner les valeurs possibles de X .
2. Calculer $P(X = 7)$ et $P(X \geq 10)$.

Correction

1. $X \in \{2; 3; \dots; 12\}$.
2. $P(X = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$; $P(X \geq 10) = \frac{3 + 2 + 1}{36} = \frac{1}{6}$.

Exercice 7

Une épreuve de Bernoulli a une probabilité de succès $p = 0,3$, répétée 5 fois de façon indépendante. Calculer la probabilité d'obtenir exactement 2 succès.

Correction

$$\binom{5}{2} (0,3)^2 (0,7)^3 = 10 \times 0,09 \times 0,343 = 0,3087.$$