



Probabilités — Exercices d'approfondissement

2ème Bac · Probabilités

Série 2 — dénombrement, conditionnement, variables aléatoires et loi binomiale.

Exercice 1

Une urne contient 3 boules rouges et 5 boules vertes. On tire simultanément 2 boules. Calculer la probabilité d'obtenir deux rouges, puis exactement une rouge.

Correction

Il y a $\binom{8}{2} = 28$ tirages possibles. Deux rouges : $\frac{\binom{3}{2}}{28} = \frac{3}{28}$. Exactement une rouge :
$$\frac{\binom{3}{1} \times \binom{5}{1}}{28} = \frac{15}{28}.$$

Exercice 2

Avec la même urne, calculer la probabilité d'obtenir **au moins** une rouge.

Correction

L'événement contraire est « aucune rouge » : $\frac{\binom{5}{2}}{28} = \frac{10}{28}$. Donc $P = 1 - \frac{10}{28} = \frac{18}{28} = \frac{9}{14}$.

Exercice 3

Deux fournisseurs livrent une entreprise : A fournit 60 % des pièces avec 2 % de défauts, B fournit 40 % avec 5 % de défauts. Une pièce prise au hasard est défectueuse : quelle est la probabilité qu'elle vienne de A ?

Correction

$$P(D) = 0,6 \times 0,02 + 0,4 \times 0,05 = 0,012 + 0,020 = 0,032. \quad P(A | D) = \frac{0,012}{0,032} = 0,375.$$

Exercice 4

Soit X une variable aléatoire de loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0,25$. Calculer $P(X = 1)$ et $E(X)$.

Correction

$$P(X = 1) = \binom{4}{1} \times 0,25 \times (0,75)^3 = 4 \times 0,25 \times 0,421875 \approx 0,422.$$
$$E(X) = np = 4 \times 0,25 = 1.$$

Exercice 5

Un jeu coûte 10 dirhams. On gagne 50 dirhams avec une probabilité de 0,1, et rien sinon. Soit X le gain **net**. Déterminer la loi de X et $E(X)$. Le jeu est-il favorable au joueur ?

Correction

X prend la valeur 40 avec la probabilité 0,1 et -10 avec la probabilité 0,9.

$E(X) = 40 \times 0,1 + (-10) \times 0,9 = 4 - 9 = -5$. L'espérance est **négative** : le jeu est défavorable au joueur, qui perd en moyenne 5 dirhams par partie.

Exercice 6

A et B vérifient $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,3$ et $P(A \cap B) = 0,18$. Les événements sont-ils indépendants ? Calculer $P(A \cup B)$.

Correction

$P(A) \times P(B) = 0,6 \times 0,3 = 0,18 = P(A \cap B)$: ils sont **indépendants**.

$P(A \cup B) = 0,6 + 0,3 - 0,18 = 0,72$.

Exercice 7

On lance deux dés équilibrés et on note X la somme obtenue. Calculer $P(X = 7)$ et $P(X \geq 10)$.

Correction

Il y a 36 issues équiprobables. $X = 7$: 6 issues, donc $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. $X \geq 10$: $3 + 2 + 1 = 6$ issues, donc $P = \frac{1}{6}$.