

2ÈME BAC SCIENCES ÉCONOMIQUES · LEÇON 8

# Probabilités

---

Conditionnelles · Bayes · Espérance

# Ce que nous allons apprendre

---

- Outils de dénombrement
- Probabilité et contraire
- Probabilités conditionnelles
- Indépendance
- Arbre pondéré et Bayes
- Variables aléatoires et loi binomiale

## Quatre situations

| Situation            | Nombre         |
|----------------------|----------------|
| Avec remise, ordonné | $n^p$          |
| Sans remise, ordonné | $A_n^p$        |
| Tirage simultané     | $\binom{n}{p}$ |
| Toutes les places    | $n!$           |

## Quatre formules

| Règle           | Formule                                      |
|-----------------|----------------------------------------------|
| Équiprobabilité | $\frac{\text{favorables}}{\text{possibles}}$ |
| Contraire       | $1 - P(A)$                                   |
| Réunion         | $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$                  |
| Conditionnelle  | $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$                   |

## Simultané : des combinaisons

**Exemple.** 3 rouges, 5 vertes ; on tire 2 boules.

- 1 Total :  $\binom{8}{2} = 28$ .
- 2 Deux rouges :  $\frac{3}{28}$  ; exactement une :  $\frac{15}{28}$ .
- 3 Au moins une rouge :  $1 - \frac{10}{28} = \frac{9}{14}$ .

# Un test, pas une impression

### CRITÈRE

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

### ATTENTION

**Indépendants** n'est pas **incompatibles** : des événements incompatibles de probabilités non nulles ne sont jamais indépendants.

# Multiplier puis additionner

## RÈGLES DE L'ARBRE

On **multiplie** le long d'une branche, on **additionne** entre les branches menant au même événement.

## PROBABILITÉS TOTALES

$$P(A) = \sum_i P(B_i) P(A \mid B_i)$$

## Retourner le conditionnement

### FORMULE

$$P(B \mid A) = \frac{P(B) P(A \mid B)}{P(A)}$$

**Exemple.** Fournisseur  $A$  : 60 % et 2 % de défauts ;  $B$  : 40 % et 5 %.

❶  $P(D) = 0,012 + 0,020 = 0,032.$

❷  $P(A \mid D) = \frac{0,012}{0,032} = 0,375.$

## Loi et espérance

### DÉFINITIONS

$$E(X) = \sum_k x_k P(X = x_k) \quad V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

### LECTURE ÉCONOMIQUE

Une espérance de gain **négative** signale une opération défavorable ; **positive**, une opération rentable en moyenne.

## APPLICATION 1

# Un jeu est-il favorable ?

**Énoncé.** Mise 10 dirhams ; on gagne 50 dirhams avec la probabilité 0,1.

- ➊ Gain net : +40 avec 0,1, -10 avec 0,9.
- ➋  $E(X) = 4 - 9 = -5$ .
- ➌ Le joueur perd en moyenne 5 dirhams : le jeu est **défavorable**.

# Répéter une épreuve

## CONDITIONS

$n$  épreuves **identiques** et **indépendantes**, chacune à deux issues, de probabilité de succès  $p$ .

## FORMULES

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \quad E(X) = np$$

## APPLICATION 2

### $\mathcal{B}(4; 0,25)$

- ➊  $P(X = 1) = \binom{4}{1} \times 0,25 \times (0,75)^3.$
- ➋  $= 4 \times 0,25 \times 0,421\,875 \approx 0,422.$
- ➌  $E(X) = 4 \times 0,25 = 1.$

# L'essentiel de la leçon

| Notion           | Formule                          |
|------------------|----------------------------------|
| Tirage simultané | $\binom{n}{p}$                   |
| Conditionnelle   | $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$       |
| Totales          | $\sum P(B_i)P(A   B_i)$          |
| Espérance        | $\sum x_k P(X = x_k)$            |
| Binomiale        | $\binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$ |