

2ÈME BAC SCIENCES ÉCONOMIQUES · LEÇON 4

Fonctions primitives

Primitives usuelles · Formes composées · Coût total

Ce que nous allons apprendre

- Définition d'une primitive
- Primitives usuelles
- Formes composées
- Déterminer la constante
- Du coût marginal au coût total
- De la recette marginale à la recette

Remonter d'une dérivée

DÉFINITION

F est une primitive de f sur I si $F' = f$ sur I .

UNICITÉ À UNE CONSTANTE PRÈS

Deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une **constante** : on écrit $F(x) + C$.

Le tableau de base

$f(x)$	Une primitive
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x $
e^x	e^x
e^{ax}	$\frac{e^{ax}}{a}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$

Reconnaître le facteur u'

Forme	Primitive
$u' u^n$	$\frac{u^{n+1}}{n+1}$
$\frac{u'}{u}$	$\ln u $
$u' e^u$	e^u
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$

3 · EXEMPLE

Une forme $\frac{u'}{u}$

Exemple. $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

- ❶ Je pose $u(x) = x^2 + 1$, donc $u'(x) = 2x$.
- ❷ $f = \frac{u'}{u}$ avec $u > 0$.
- ❸ $F(x) = \ln(x^2 + 1) + C$.

Une condition suffit

Exemple. Primitive de $f(x) = e^x + x$ valant 1 en 0.

- 1 $F(x) = e^x + \frac{x^2}{2} + C.$
- 2 $F(0) = 1 + C = 1$ donne $C = 0.$
- 3 $F(x) = e^x + \frac{x^2}{2}.$

Le réflexe qui sauve

MÉTHODE

Une primitive se **vérifie** en la dérivant : si l'on retrouve f , le résultat est juste.

Exemple. $F(x) = \frac{e^{3x}}{3}$ donne $F'(x) = \frac{3e^{3x}}{3} = e^{3x} \checkmark$

Du marginal au total

RÈGLE

Le coût total est une **primitive** du coût marginal ; la constante est le **coût fixe** $C(0)$.

RECETTE

La recette est la primitive de la recette marginale, avec $R(0) = 0$: la constante est **nulle**.

APPLICATION 1

Reconstituer un coût

Énoncé. $Cm(q) = 2q + 10$ et coût fixe 100.

- ➊ $C(q) = q^2 + 10q + K$.
- ➋ $C(0) = K = 100$.
- ➌ $C(q) = q^2 + 10q + 100$.

APPLICATION 2

Reconstituer une recette

Énoncé. $Rm(q) = 60 - 2q$.

- 1 $R(q) = 60q - q^2 + K$ et $R(0) = 0$ donne $K = 0$.
- 2 $Rm(q) = 0$ en $q = 30$, en changeant de signe.
- 3 La recette est **maximale** en $q = 30$: $R(30) = 900$.

Les réflexes de l'exercice

- 1 Regarder si la fonction est une forme **usuelle** ou **composée**.
- 2 Écrire la primitive avec $+C$, puis utiliser la condition donnée.
- 3 Dériver le résultat pour **vérifier**.

L'essentiel de la leçon

Notion	Formule
Définition	$F' = f$
Puissance	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{u'}{u}$	$\ln u $
e^{ax}	$\frac{e^{ax}}{a}$
Coût total	primitive de Cm , constante = $C(0)$