



Suites numériques — Exercices d'approfondissement

2ème Bac · Suites numériques

Série 2 — suites arithmétiques, géométriques et modèles financiers.

Exercice 1

Soit (u_n) arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 3. Calculer u_9 puis la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_9$.

Correction

$$u_n = 5 + 3n, \text{ donc } u_9 = 5 + 27 = 32. S = 10 \times \frac{u_0 + u_9}{2} = 10 \times \frac{5 + 32}{2} = 185.$$

Exercice 2

Un capital de 1 000 dirhams est placé à 5 % par an. Soit v_n le capital après n années. Exprimer v_n et calculer v_{10} .

Correction

(v_n) est **géométrique** de raison 1,05 : $v_n = 1\,000 \times (1,05)^n$.
 $v_{10} = 1\,000 \times (1,05)^{10} \approx 1\,628,89$ dirhams.

Exercice 3

Au bout de combien d'années le capital de l'exercice 2 aura-t-il doublé ?

Correction

On cherche n tel que $(1,05)^n \geq 2$, soit $n \geq \frac{\ln 2}{\ln 1,05} \approx 14,2$. Il faut donc **15 années**.

Exercice 4

Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$. On pose $v_n = u_n - 6$.

1. Montrer que (v_n) est géométrique.
2. En déduire u_n et sa limite.

Correction

1. $v_{n+1} = u_{n+1} - 6 = \frac{1}{2}u_n - 3 = \frac{1}{2}(u_n - 6) = \frac{1}{2}v_n$: géométrique de raison $\frac{1}{2}$, avec $v_0 = -4$.

2. $v_n = -4\left(\frac{1}{2}\right)^n$, donc $u_n = 6 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

Comme $\left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow 0$, la suite converge vers 6.

Exercice 5

Calculer $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^9}$.

Correction

C'est la somme de 10 termes d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$:

$$S = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \left(1 - \frac{1}{1024}\right) = \frac{1023}{512}.$$

Exercice 6

Une machine achetée 80 000 dirhams perd 8 000 dirhams de valeur chaque année (amortissement linéaire). Au bout de combien d'années sa valeur sera-t-elle nulle ?

Correction

$V_n = 80\,000 - 8\,000n$: c'est une suite **arithmétique** de raison $-8\,000$. $V_n = 0$ donne $n = 10$: la valeur comptable s'annule au bout de **10 ans**.

Exercice 7

Un abonnement coûte 200 dirhams la première année et augmente de 4 % par an. Quel est le coût total des 5 premières années ?

Correction

Les coûts forment une suite géométrique de premier terme 200 et de raison 1,04.

$$S = 200 \times \frac{1 - (1,04)^5}{1 - 1,04} = 200 \times \frac{(1,04)^5 - 1}{0,04}.$$

Avec $(1,04)^5 \approx 1,2167$: $S \approx 200 \times 5,416 \approx 1\,083$ dirhams.