

2ÈME BAC SCIENCES ÉCONOMIQUES · LEÇON 3

Suites numériques

Arithmétique · Géométrie · Modèles financiers

Ce que nous allons apprendre

- Reconnaître la nature d'une suite
- Terme général et sommes
- Limites
- Suite auxiliaire géométrique
- Intérêts composés et amortissement
- Durée de doublement

Arithmétique ou géométrique

	Arithmétique	Géométrique
Relation	$u_{n+1} = u_n + r$	$u_{n+1} = qu_n$
Terme général	$u_0 + nr$	$u_0 q^n$
Reconnaître	différence constante	rapport constant

Deux formules

ARITHMÉTIQUE

$$S = (\text{nombre de termes}) \times \frac{\text{premier} + \text{dernier}}{2}$$

GÉOMÉTRIQUE

$$S = u_0 \times \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (q \neq 1)$$

2 · EXEMPLE

Une somme arithmétique

Exemple. $u_0 = 5$, $r = 3$: somme de u_0 à u_9 .

1 $u_n = 5 + 3n$, donc $u_9 = 32$.

2 Il y a 10 termes.

3 $S = 10 \times \frac{5 + 32}{2} = 185$.

Le rôle de la raison

Raison	Limite de q^n
$0 < q < 1$	0
$q = 1$	1
$q > 1$	$+\infty$

ARITHMÉTIQUE

Si $r > 0$ la suite tend vers $+\infty$; si $r < 0$, vers $-\infty$.

4 · SUITE AUXILIAIRE

$$\underline{u_{n+1}} = au_n + b$$

MÉTHODE

On pose $v_n = u_n - \ell$ où $\ell = \frac{b}{1-a}$: alors (v_n) est **géométrique** de raison a .

CONCLUSION

$u_n = \ell + (u_0 - \ell)a^n$: si $|a| < 1$, la suite converge vers ℓ .

4 · EXAMPLE

$$\underline{u_0 = 2, u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3}$$

1 $\ell = \frac{3}{1 - \frac{1}{2}} = 6.$

2 $v_n = u_n - 6$ vérifie $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$, avec $v_0 = -4.$

3 $u_n = 6 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow 6.$

Quel modèle choisir ?

Situation	Modèle
Intérêts simples	arithmétique
Intérêts composés	géométrique, raison $1 + t$
Amortissement linéaire	arithmétique, raison $-a$
Baisse de t %	géométrique, raison $1 - t$

APPLICATION 1

Un placement

Énoncé. 1 000 dirhams placés à 5 % par an.

- 1 $v_n = 1\,000 \times (1,05)^n$.
- 2 $v_{10} = 1\,000 \times (1,05)^{10} \approx 1\,628,89$ dirhams.
- 3 Doublement : $n \geq \frac{\ln 2}{\ln 1,05} \approx 14,2$, soit **15 ans**.

APPLICATION 2

Un amortissement

Énoncé. Machine à 80 000 dirhams, 8 000 dirhams de perte par an.

- ➊ $V_n = 80\,000 - 8\,000n$: suite arithmétique.
- ➋ $V_n = 0$ donne $n = 10$.
- ➌ La valeur comptable s'annule au bout de **10 ans**.

Les réflexes de l'exercice

- 1 Identifier la nature : différence ou rapport constant.
- 2 Écrire le terme général, puis répondre aux questions numériques.
- 3 Pour une durée, passer au **logarithme** et arrondir à l'entier supérieur.

L'essentiel de la leçon

Notion	Formule
Arithmétique	$u_0 + nr$
Géométrie	$u_0 q^n$
Somme géométrique	$u_0 \frac{1-q^n}{1-q}$
Auxiliaire	$v_n = u_n - \ell$
Doublement	$\frac{\ln 2}{\ln(1+t)}$