



Dénombrement — Exercices d'approfondissement

1ère Bac · Dénombrement

Série 2 — arrangements, combinaisons et problèmes de comptage.

Exercice 1

Combien de mots de 4 lettres distinctes peut-on former avec les 26 lettres de l'alphabet ?

Correction

C'est un arrangement : $A_{26}^4 = 26 \times 25 \times 24 \times 23 = 358\,800$.

Exercice 2

Dans une classe de 30 élèves, on choisit un comité de 3 élèves.

1. Combien de comités possibles ?
2. Et si l'on distingue un président, un secrétaire et un trésorier ?

Correction

1. $\binom{30}{3} = \frac{30 \times 29 \times 28}{6} = 4\,060$.
2. $A_{30}^3 = 30 \times 29 \times 28 = 24\,360$.

Exercice 3

Une urne contient 5 boules rouges et 4 boules vertes. On en tire 3 simultanément.

1. Combien de tirages possibles ?
2. Combien contiennent exactement 2 rouges ?

Correction

1. $\binom{9}{3} = 84$.
2. $\binom{5}{2} \times \binom{4}{1} = 10 \times 4 = 40$.

Exercice 4

Combien d'anagrammes du mot « MATHS » ? Et du mot « ANNEE » ?

Correction

« MATHS » a 5 lettres distinctes : $5! = 120$. « ANNEE » a 5 lettres avec deux N et deux E :
 $\frac{5!}{2! \times 2!} = 30$.

Exercice 5

Démontrer que $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$, puis la relation de Pascal $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$.

Correction

Choisir k éléments revient à en **écarter** $n - k$: d'où la première égalité. Pour Pascal : on fixe un élément a ; les parties à $k + 1$ éléments de E contiennent a (il reste $\binom{n}{k}$ choix) ou non ($\binom{n}{k+1}$ choix).

Exercice 6

Combien de nombres de 3 chiffres distincts peut-on former avec les chiffres 1 à 7 ? Combien sont pairs ?

Correction

$A_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$. Pairs : le chiffre des unités est 2, 4 ou 6 (3 choix), puis $6 \times 5 = 30$ pour les deux autres : $3 \times 30 = 90$.

Exercice 7

De combien de façons peut-on répartir 10 personnes en deux groupes de 5 ?

Correction

Le choix du premier groupe donne $\binom{10}{5} = 252$, mais les deux groupes ne sont pas distingués : il faut diviser par 2. La réponse est 126.