



Rotation — Exercices d'approfondissement

1ère Bac · Rotation

Série 2 — images, compositions et démonstrations par rotation.

Exercice 1

Déterminer l'image de $M(x; y)$ par la rotation de centre O et d'angle θ , en coordonnées.

Correction

$M'(x \cos \theta - y \sin \theta; x \sin \theta + y \cos \theta)$. Pour $\theta = \frac{\pi}{2}$, on retrouve $(-y; x)$.

Exercice 2

Déterminer l'image de $A(2; 1)$ par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

Correction

$$x' = 2 \times \frac{1}{2} - 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ et } y' = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \times \frac{1}{2} = \sqrt{3} + \frac{1}{2}.$$

Exercice 3

R est la rotation de centre $I(1; 2)$ et d'angle π . Déterminer l'image de $A(4; -1)$.

Correction

L'angle π donne la symétrie centrale de centre I : $A'(2 \times 1 - 4; 2 \times 2 + 1) = (-2; 5)$.

Exercice 4

Quelle est la nature de la composée d'une rotation d'angle α et d'une rotation d'angle $-\alpha$, de même centre ?

Correction

C'est la rotation d'angle 0, c'est-à-dire l'**identité** : les deux rotations sont réciproques l'une de l'autre.

Exercice 5

ABC est un triangle équilatéral direct de centre O . Déterminer les images de A, B, C par la rotation de centre O et d'angle $\frac{4\pi}{3}$.

Correction

L'angle $\frac{4\pi}{3} = 2 \times \frac{2\pi}{3}$: c'est la rotation élémentaire appliquée deux fois. Donc $A \mapsto C$,
 $B \mapsto A, C \mapsto B$.

Exercice 6

$ABCD$ est un carré direct de centre O et R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Déterminer l'image de B et celle de la droite (BC) .

Correction

$R(B) = D$ (le quart de tour autour de A envoie B sur D dans le sens direct). L'image de (BC) est la droite passant par D et perpendiculaire à (BC) , soit la droite (DC) .

Exercice 7

Sur les côtés $[AB]$ et $[AC]$ d'un triangle, on construit extérieurement les carrés $ABDE$ et $ACFG$. Montrer que $BG = CE$.

Correction

La rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ (bien orientée) envoie E sur B et C sur G . Elle conserve les distances, donc $EC = BG$.