



Barycentre — Fiche de révision

1ère Bac · Barycentre

L'essentiel en une page

Définition. Si $\sum \alpha_i \neq 0$, le barycentre G vérifie $\sum \alpha_i \vec{GA}_i = \vec{0}$.

Propriété	Écriture
Relation fondamentale	$\sum \alpha_i \vec{MA}_i = (\sum \alpha_i) \vec{MG}$
Coordonnées	moyenne pondérée des coordonnées
Homogénéité	coefficients multipliés par $k \neq 0$
Associativité	remplacer un sous-groupe par son barycentre partiel
Décomposition	$\vec{AG} = \frac{\sum_{i \neq A} \alpha_i \vec{AA}_i}{\sum \alpha_i}$

Centre de gravité : isobarycentre de A, B, C ; $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AI}$ avec I milieu de $[BC]$.

Lieu géométrique	Résultat
$\ \sum \alpha_i \vec{MA}_i\ = k$	cercle de centre G
$\ \vec{u}_M\ = \ \vec{v}_M\ $	médiatrice
$\sum MA_i^2 = k$	cercle de centre G (relation de Leibniz)

Leibniz : $\sum \alpha_i MA_i^2 = (\sum \alpha_i) MG^2 + \sum \alpha_i GA_i^2$.

Ce que je dois savoir faire

- Construire un barycentre à partir de la décomposition vectorielle.
- Utiliser l'associativité pour démontrer un alignement.
- Reconnaître et exploiter la relation de Leibniz.
- Déterminer un lieu géométrique (cercle, médiatrice).
- Démontrer le concours des médianes.

Les pièges à éviter

- Vérifier que $\sum \alpha_i \neq 0$ avant tout.
- Un coefficient peut être **négatif** : le barycentre sort alors du segment.
- Dans un lieu, ne pas oublier la valeur absolue de $\sum \alpha_i$.
- L'associativité regroupe des points, elle ne change pas G .

Testez-vous en 3 minutes

$\vec{AG}$ pour $\{(A; 1); (B; 4)\}$? Isobarycentre de trois points ? Lieu de M si $\|\vec{MA} + \vec{MB}\| = 4$ et

AB quelconque ?

Réponses

$\frac{4}{5}\vec{AB}$; le centre de gravité ; le cercle de centre I (milieu) et de rayon 2.