



Rotation dans le plan — Exercices d'approfondissement

1ère Bac · Rotation

Série 2 — images, compositions et constructions.

Exercice 1

Rappeler la définition de la rotation de centre O et d'angle α , puis préciser ce qu'elle conserve.

Correction

$R(M) = M'$ avec $OM' = OM$ et $(\vec{OM}; \vec{OM'}) = \alpha$; O est invariant. Elle conserve les longueurs, les angles (orientés), les aires, l'alignement et le parallélisme : c'est une **isométrie**.

Exercice 2

Dans un repère, déterminer l'image de $A(3; 0)$ par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Correction

La rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ de centre O envoie $(x; y)$ sur $(-y; x)$: $A'(0; 3)$.

Exercice 3

ABC est un triangle équilatéral direct de centre O . Déterminer l'image de A par la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

Correction

Les sommets se déduisent les uns des autres par une rotation d'angle $\frac{2\pi}{3}$: l'image de A est B .

Exercice 4

$ABCD$ est un carré direct de centre O . Quelle est l'image du segment $[AB]$ par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$?

Correction

$A \mapsto B$ et $B \mapsto C$, donc $[AB] \mapsto [BC]$: le segment conserve sa longueur.

Exercice 5

Quelle est la nature de la composée de deux rotations de même centre O , d'angles α et β ?

Correction

C'est la rotation de centre O et d'angle $\alpha + \beta$. Si $\alpha + \beta = 2k\pi$, c'est l'identité.

Exercice 6

R est la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Quelle est la nature de $R \circ R \circ R$?

Correction

C'est la rotation d'angle π , c'est-à-dire la **symétrie centrale** de centre O .

Exercice 7

ABC est un triangle. On construit à l'extérieur les triangles équilatéraux ABD et ACE . Montrer que $BE = CD$.

Correction

La rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$ (bien orientée) envoie D sur B et C sur E . Une rotation conserve les distances, donc $DC = BE$.