



Géométrie dans l'espace — Exercices d'approfondissement

1ère Bac · Géométrie dans l'espace

Série 2 — vecteurs de l'espace, coplanarité et géométrie analytique.

Exercice 1

Dans un repère de l'espace, $A(1; 0; 2)$ et $B(4; -2; 5)$. Calculer les coordonnées de $\vec{AB}$ et sa norme.

Correction

$$\vec{AB}(3; -2; 3) \text{ et } \|\vec{AB}\| = \sqrt{9 + 4 + 9} = \sqrt{22}.$$

Exercice 2

$\vec{u}(1; 2; -1)$, $\vec{v}(2; -1; 3)$ et $\vec{w}(4; 3; 1)$. Les trois vecteurs sont-ils coplanaires ?

Correction

On cherche a et b tels que $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$: $a + 2b = 4$, $2a - b = 3$, $-a + 3b = 1$. Des deux premières : $a = 2$ et $b = 1$; la troisième donne $-2 + 3 = 1$ ✓. Les vecteurs sont donc **coplanaires**.

Exercice 3

Calculer les coordonnées du milieu de $[AB]$ avec $A(2; -1; 4)$ et $B(0; 3; -2)$.

Correction

$$I(1; 1; 1).$$

Exercice 4

Déterminer une représentation paramétrique de la droite passant par $A(1; 2; 0)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(2; -1; 3)$.

Correction

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

Exercice 5

Les points $A(1; 1; 1)$, $B(3; 2; 0)$ et $C(5; 3; -1)$ sont-ils alignés ?

Correction

$\vec{AB}(2; 1; -1)$ et $\vec{AC}(4; 2; -2) = 2\vec{AB}$: les vecteurs sont colinéaires, donc les points sont alignés.

Exercice 6

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête a . Calculer $\|\vec{AG}\|$ en utilisant les coordonnées dans le repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$.

Correction

Dans ce repère, G a pour coordonnées $(1; 1; 1)$ en unités d'arête, donc $AG = a\sqrt{1+1+1} = a\sqrt{3}$.

Exercice 7

Montrer que $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ et $D(-1; 2; 3)$ sont coplanaires.

Correction

$\vec{AB}(-1; 2; 0)$, $\vec{AC}(-1; 0; 3)$ et $\vec{AD}(-2; 2; 3)$. On cherche a et b tels que $\vec{AD} = a\vec{AB} + b\vec{AC}$: la deuxième coordonnée donne $2a = 2$, soit $a = 1$; la troisième donne $3b = 3$, soit $b = 1$. Vérification sur la première : $-1 - 1 = -2$ ✓. Donc $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$: les quatre points sont **coplanaires**.