



Barycentre — Exercices d'approfondissement

1ère Bac · Barycentre

Série 2 — barycentres, associativité et lieux géométriques.

Exercice 1

A et B sont deux points. Construire le barycentre G de $\{(A; 3); (B; 1)\}$ et exprimer $\vec{AG}$ en fonction de $\vec{AB}$.

Correction

$3\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{0}$ donne $\vec{AG} = \frac{1}{4}\vec{AB}$: G est au quart de $[AB]$ à partir de A .

Exercice 2

Dans un repère, $A(1; 2)$, $B(5; -2)$ et $C(3; 6)$. Calculer les coordonnées du barycentre G de $\{(A; 2); (B; 1); (C; 1)\}$.

Correction

$$x_G = \frac{2 \times 1 + 5 + 3}{4} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ et } y_G = \frac{4 - 2 + 6}{4} = 2 : G(2,5; 2).$$

Exercice 3

Montrer que le centre de gravité d'un triangle ABC est le barycentre de $\{(A; 1); (B; 1); (C; 1)\}$.

Correction

Par définition, $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$. En introduisant le milieu I de $[BC]$: $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$, donc $\vec{GA} + 2\vec{GI} = \vec{0}$, soit $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AI}$: c'est bien le centre de gravité.

Exercice 4

G est le barycentre de $\{(A; 2); (B; 3); (C; 5)\}$. En utilisant l'associativité, exprimer G à l'aide du barycentre H de $\{(A; 2); (B; 3)\}$.

Correction

G est le barycentre de $\{(H; 5); (C; 5)\}$, c'est-à-dire le **milieu** de $[HC]$.

Exercice 5

Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\|2\vec{MA} + \vec{MB}\| = 6$, où $AB = 3$.

Correction

Soit G le barycentre de $\{(A; 2); (B; 1)\}$. Alors $2\vec{MA} + \vec{MB} = 3\vec{MG}$, donc $3MG = 6$ et $MG = 2$. L'ensemble est le **cercle** de centre G et de rayon 2.

Exercice 6

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O . Montrer que O est le barycentre de $\{(A; 1); (B; 1); (C; 1); (D; 1)\}$.

Correction

O est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$, donc $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0}$ et $\vec{OB} + \vec{OD} = \vec{0}$. En additionnant : $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$: O est bien l'isobarycentre.

Exercice 7

$A(0; 0)$ et $B(6; 3)$. Déterminer α pour que le barycentre de $\{(A; \alpha); (B; 2)\}$ ait pour abscisse 4.

Correction

$$x_G = \frac{12}{\alpha + 2} = 4 \text{ donne } \alpha + 2 = 3, \text{ soit } \alpha = 1.$$