



Généralités sur les fonctions — Exercices d'approfondissement

1ère Bac · Généralités sur les fonctions

Série 2 — domaines, variations, extremums et composition.

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition de :

1. $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-3}$
2. $g(x) = \sqrt{x^2-9}$

Correction

1. $x+2 \geq 0$ et $x \neq 3$: $D_f = [-2; 3[\cup]3; +\infty[$.
2. $x^2 - 9 \geq 0$: $D_g =]-\infty; -3] \cup [3; +\infty[$.

Exercice 2

Étudier les variations de $f(x) = \frac{1}{x-2}$ sur $]2; +\infty[$ à l'aide du taux de variation.

Correction

Pour $2 < a < b$: $f(b) - f(a) = \frac{(a-2) - (b-2)}{(b-2)(a-2)} = \frac{a-b}{(a-2)(b-2)}$. Donc
 $T = \frac{-1}{(a-2)(b-2)} < 0$: la fonction est strictement **décroissante**.

Exercice 3

Soit $f(x) = x^2 - 4x + 7$.

1. Écrire f sous forme canonique.
2. Dresser le tableau de variations et donner l'extremum.

Correction

1. $f(x) = (x-2)^2 + 3$.
2. f décroît sur $] -\infty; 2]$ puis croît sur $[2; +\infty[$; minimum 3 en $x = 2$.

Exercice 4

Étudier la parité de $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ et de $g(x) = \frac{x^2}{|x|+1}$.

Correction

$$f(-x) = \frac{-x}{x^2 + 1} = -f(x) : \text{impaire. } g(-x) = \frac{x^2}{|x| + 1} = g(x) : \text{paire.}$$

Exercice 5

Soient $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = 2x - 3$. Calculer $(g \circ f)(x)$ et $(f \circ g)(x)$, puis comparer.

Correction

$(g \circ f)(x) = 2(x^2 + 1) - 3 = 2x^2 - 1$. $(f \circ g)(x) = (2x - 3)^2 + 1 = 4x^2 - 12x + 10$.
Les deux composées sont **différentes** : la composition n'est pas commutative.

Exercice 6

Montrer que $f(x) = \frac{2x + 1}{x + 3}$ est croissante sur $] - 3 ; +\infty[$.

Correction

$f(x) = \frac{2(x + 3) - 5}{x + 3} = 2 - \frac{5}{x + 3}$. Sur $] - 3 ; +\infty[$, la fonction $x \mapsto \frac{5}{x + 3}$ est décroissante et positive ; son opposée est croissante, donc f est **croissante**.

Exercice 7

Soit f définie sur $[-2 ; 5]$, décroissante sur $[-2 ; 1]$ de 7 à -3 , puis croissante sur $[1 ; 5]$ de -3 à 4.

1. Donner les extremums de f .
2. Discuter, selon m , le nombre de solutions de $f(x) = m$.

Correction

1. Maximum 7 en $x = -2$; minimum -3 en $x = 1$.
2. $m < -3$ ou $m > 7$: aucune solution ; $m = -3$: une ; $-3 < m \leq 4$: deux ; $4 < m \leq 7$: une.