

1ÈRE BAC SCIENCES EXPÉRIMENTALES · LEÇON 2

Généralités sur les fonctions

Domaine · Parité · Variations · Composition

Ce que nous allons apprendre

- Déterminer un domaine de définition
- Étudier la parité
- Le taux de variation
- Extremums et tableau de variations
- La composition de fonctions
- Discuter $f(x) = m$

Les conditions à poser

Forme	Condition	Exemple
$\frac{A}{B}$	$B \neq 0$	$\frac{x+1}{x^2-4} : x \neq \pm 2$
$\sqrt{A}$	$A \geq 0$	$\sqrt{6-2x} : x \leq 3$
$\frac{\sqrt{A}}{B}$	$A \geq 0$ et $B \neq 0$	deux conditions

RÉDACTION

J'écris le domaine comme un intervalle ou une **réunion** d'intervalles.

Deux symétries

DÉFINITIONS

Paire : $f(-x) = f(x)$, courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Impaire : $f(-x) = -f(x)$, symétrie par rapport à l'origine.

AVANT TOUT

Le domaine doit être **symétrique** par rapport à 0.

Exemples. $\frac{x}{x^2 + 1}$ est impaire ; $x^4 - 2x^2 + 1$ est paire ; $\sqrt{x}$ n'est ni l'une ni l'autre.

Le taux de variation

DÉFINITION

$$T = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Exemple. $f(x) = \frac{1}{x - 2}$ sur $]2; +\infty[$.

1 $T = \frac{-1}{(a - 2)(b - 2)} < 0.$

2 La fonction est strictement **décroissante**.

Lire variations et extremum

FORMULE

$$ax^2 + bx + c = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

Exemple. $f(x) = -x^2 + 4x + 1 = -(x - 2)^2 + 5$.

- ❶ $a < 0$: la parabole est tournée vers le bas.
- ❷ f croît sur $] -\infty ; 2]$ puis décroît.
- ❸ **Maximum** 5 atteint en $x = 2$.

Appliquer deux fonctions

DÉFINITION

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Exemple. $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = 2x - 3$.

- ❶ $(g \circ f)(x) = 2(x^2 + 1) - 3 = 2x^2 - 1$.
- ❷ $(f \circ g)(x) = (2x - 3)^2 + 1 = 4x^2 - 12x + 10$.
- ❸ Les deux diffèrent : la composition n'est **pas commutative**.

Variations sans dérivée

Exemple. $f(x) = \frac{2x + 1}{x + 3}$ sur $] - 3 ; +\infty[$.

- 1 $f(x) = \frac{2(x + 3) - 5}{x + 3} = 2 - \frac{5}{x + 3}$.
- 2 Sur $] - 3 ; +\infty[$, $\frac{5}{x + 3}$ est décroissante et positive.
- 3 Son opposée est croissante : f est **croissante**.

Lire sur le tableau

MÉTHODE

Je trace la droite horizontale $y = m$ et je compte les **traversées** de la courbe, branche par branche.

Position de m	Nombre de solutions
au-dessus du maximum	aucune
égal à un extremum	une (point de tangence)
entre les deux extremums	deux (ou plus)

APPLICATION 1

Un domaine à deux conditions

Énoncé. $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x-3}$.

- 1 Sous la racine : $x + 2 \geq 0$, donc $x \geq -2$.
- 2 Au dénominateur : $x \neq 3$.
- 3 $D_f = [-2; 3[\cup]3; +\infty[$.

APPLICATION 2

Comparer deux composées

Énoncé. $f(x) = 3x - 1$ et $g(x) = x^2$. Résoudre $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$.

1 $(f \circ g)(x) = 3x^2 - 1$ et $(g \circ f)(x) = 9x^2 - 6x + 1$.

2 $6x^2 - 6x + 2 = 0$, soit $3x^2 - 3x + 1 = 0$.

3 $\Delta = 9 - 12 < 0$: **aucune** solution réelle.

L'essentiel de la leçon

Objectif	Outil
Domaine	dénominateur, radicande
Parité	$f(-x)$ comparée à $f(x)$
Variations	taux ou forme canonique
Extremum	sommet $x = -\frac{b}{2a}$
Composition	$g(f(x))$, non commutative