

1ÈRE BAC SCIENCES ÉCONOMIQUES · LEÇON 5

Dénombrement

Listes · Arrangements · Combinaisons

Ce que nous allons apprendre

- Le principe multiplicatif
- p -listes et arrangements
- Permutations et anagrammes
- Combinaisons
- Tirages avec conditions
- Le passage au complémentaire

Ordre ? Répétition ?

Situation	Ordre	Répétition	Formule
p -liste	oui	oui	n^p
Arrangement	oui	non	A_n^p
Permutation	oui	non	$n!$
Combinaison	non	non	$\binom{n}{p}$

Les mots qui décident

L'énoncé dit...	C'est...
« simultanément »	combinaison
« successivement sans remise »	arrangement
« successivement avec remise »	p -liste
« des fonctions distinctes »	arrangement

EXEMPLE

Comité de 4 parmi 12 : $\binom{12}{4} = 495$. Avec quatre fonctions distinctes :
 $A_{12}^4 = 11\,880$.

Des étapes indépendantes

RÈGLE

Des choix successifs **indépendants** se multiplient ; des cas **disjoints** s'additionnent.

Exemple. 3 modèles, 4 couleurs, 2 finitions.

- 1 Chaque version se construit en trois choix.
- 2 $3 \times 4 \times 2 = 24$ versions.

Avec ou sans répétition

Énoncé. Code bancaire de 4 chiffres (de 0 à 9).

- 1 Chiffres libres : $10^4 = 10\,000$.
- 2 Chiffres distincts : $A_{10}^4 = 5\,040$.
- 3 Se terminant par 0 : $10^3 = 1\,000$.

Découper par catégories

Énoncé. 20 produits dont 5 défectueux ; on en prélève 3.

- 1 Total : $\binom{20}{3} = 1\,140$.
- 2 Exactement un défectueux : $\binom{5}{1} \times \binom{15}{2} = 525$.
- 3 On **multiplie** les choix faits dans chaque catégorie.

« Au moins un »

ASTUCE

Compter « au moins un » revient à faire : **total** moins « aucun ».

Suite de l'exemple. Au moins un défectueux.

- 1 Aucun défectueux : $\binom{15}{3} = 455$.
- 2 $1\,140 - 455 = 685$ prélèvements.

Avec lettres répétées

FORMULE

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots}$$

- 1 « VENTE » : 5 lettres, deux E : $\frac{120}{2} = 60$.
- 2 « TOTAL » : deux T : $\frac{120}{2} = 60$.
- 3 Sans répétition, c'est simplement $n!$.

APPLICATION 1

Une délégation mixte

Énoncé. 10 hommes, 8 femmes ; délégation de 4 avec au moins 2 femmes.

- ➊ Deux femmes : $\binom{8}{2} \binom{10}{2} = 1\,260$.
- ➋ Trois : $\binom{8}{3} \binom{10}{1} = 560$; quatre : $\binom{8}{4} = 70$.
- ➌ Total : 1 890 délégations.

APPLICATION 2

Des menus

Énoncé. 5 entrées, 6 plats, 4 desserts.

- 1 Menu complet : $5 \times 6 \times 4 = 120$.
- 2 Entrée et plat : 30 ; plat et dessert : 24.
- 3 Menus à deux plats : $30 + 24 = 54$ (cas disjoints, on additionne).

L'essentiel de la leçon

Formule	Quand l'utiliser
n^p	avec remise, ordonné
A_n^p	sans remise, ordonné
$\binom{n}{p}$	simultané, sans ordre
$\frac{n!}{n_1!n_2!}$	anagrammes
Total moins « aucun »	« au moins un »