

1ÈRE BAC SCIENCES ÉCONOMIQUES · LEÇON 4

Suites numériques

Intérêts · Dépréciation · Remboursement

Ce que nous allons apprendre

- Suites arithmétiques et géométriques
- Taux d'évolution
- Intérêts simples et composés
- Dépréciation d'un bien
- Suites arithmético-géométriques
- Sommes de termes

Quel type pour quelle situation ?

Situation	Suite	Terme général
Intérêts simples	arithmétique	$C_0 + nI$
Intérêts composés	géométrique	$C_0(1 + t)^n$
Dépréciation	géométrique, $q < 1$	$V_0(1 - t)^n$
Remboursement	arithmético-géométrique	$au_n + b$

Le coefficient multiplicateur

RÈGLE

Une hausse de t % multiplie par $1 + \frac{t}{100}$; une baisse de t % multiplie par $1 - \frac{t}{100}$.

Évolution	Coefficient
+5 %	1,05
−15 %	0,85
+2 % deux fois	$1,02^2 = 1,0404$

ATTENTION

Deux baisses de 10 % ne font pas −20 %, mais −19 %.

Comparer sur un exemple

Énoncé. 20 000 dh à 5 % pendant 8 ans.

- ➊ **Simples** : $C_n = 20\,000 + 1\,000n$, donc $C_8 = 28\,000$ dh.
- ➋ **Composés** : $C_n = 20\,000 \times 1,05^n$, donc $C_8 \approx 29\,549$ dh.
- ➌ L'écart, environ 1 549 dh, vient des intérêts sur les intérêts.

Une baisse répétée

Énoncé. Machine à 80 000 dh perdant 15 % par an.

- ❶ $V_n = 80\,000 \times 0,85^n$.
- ❷ Pour $V_n < 30\,000$, il faut $0,85^n < 0,375$.
- ❸ $0,85^6 \approx 0,377$ et $0,85^7 \approx 0,321$: c'est la **7^e** année.

Traiter $u_{n+1} = au_n + b$

MÉTHODE

Je résous $\ell = a\ell + b$ (point fixe) puis je pose $v_n = u_n - \ell$: (v_n) est géométrique de raison a .

Exemple. $u_0 = 1\,000$, $u_{n+1} = 0,9u_n + 200$.

- 1 $\ell = 2\,000$.
- 2 $v_n = -1\,000 \times 0,9^n$.
- 3 $u_n = 2\,000 - 1\,000 \times 0,9^n$.

Cumuler sur plusieurs années

FORMULES

$$S_{\text{arith}} = \frac{\text{nb} \times (\text{1er} + \text{dernier})}{2}$$

$$S_{\text{géo}} = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Exemple. Ventes : 500 la 1^{re} année, +80 chaque année.

❶ $u_n = 500 + 80n$, donc $u_9 = 1\,220$.

❷ Total sur 10 ans : $\frac{10 \times 1\,720}{2} = 8\,600$ unités.

Croissante et majorée

Exemple. $u_n = \frac{5n + 3}{n + 1}$.

① $u_n = 5 - \frac{2}{n + 1}$.

② La quantité retranchée décroît : la suite **croît**.

③ Et $u_n < 5$: elle est majorée par 5.

APPLICATION 1

Un prêt

Énoncé. Prêt de 50 000 dh, mensualité 2 500 dh, intérêt mensuel 1 %.

- 1 $K_{n+1} = 1,01 K_n - 2\,500$.
- 2 Point fixe : $\ell = 250\,000$.
- 3 $K_0 < \ell$: la suite $K_n - \ell$ est négative, donc le capital **décroît**.

APPLICATION 2

Une population

Énoncé. 4 000 habitants, croissance de 2 % par an.

- ➊ Suite géométrique de raison 1,02.
- ➋ $P_n = 4\,000 \times 1,02^n$.
- ➌ $P_{10} \approx 4\,876$ habitants.

L'essentiel de la leçon

Situation	Modèle
Intérêts simples	arithmétique
Intérêts composés	géométrique
Baisse de $t\%$	$\times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$
$u_{n+1} = au_n + b$	point fixe + suite auxiliaire
Cumul	formules de sommes