

1ÈRE BAC SCIENCES ÉCONOMIQUES · LEÇON 3

Généralités sur les fonctions

Domaine · Variations · Modèles économiques

Ce que nous allons apprendre

- Déterminer un domaine de définition
- Parité et symétries
- Forme canonique et extremum
- Variations d'une fonction homographique
- Composition de fonctions
- Modéliser une situation économique

Deux conditions à connaître

Forme	Condition	Exemple
$\frac{A}{B}$	$B \neq 0$	$\frac{2x}{x-7} : x \neq 7$
$\sqrt{A}$	$A \geq 0$	$\sqrt{3x-12} : x \geq 4$

EN ÉCONOMIE

Une quantité produite est positive : le domaine « utile » est souvent restreint à $[0; +\infty[$ ou à un intervalle fini.

Deux symétries

Condition	Nature	Symétrie
$f(-x) = f(x)$	paire	axe des ordonnées
$f(-x) = -f(x)$	impaire	origine

PRÉALABLE

Le domaine doit être **symétrique** par rapport à 0.

Exemples. $x^4 - 5x^2$ est paire ; $\frac{3x}{x^2 + 4}$ est impaire.

Lire l'extremum

ÉCRITURE

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2 + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha = -\frac{b}{2a}$$

Exemple. $f(x) = -2x^2 + 12x - 10 = -2(x - 3)^2 + 8$.

- ❶ $a < 0$: la parabole est tournée vers le bas.
- ❷ Maximum 8 atteint en $x = 3$.

Variations sans dérivée

Exemple. $f(x) = \frac{4x + 3}{x - 2}$.

❶ $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

❷ $f(x) = 4 + \frac{11}{x - 2}$.

❸ Sur $]2; +\infty[$, $\frac{11}{x - 2}$ décroît, donc **f décroît.**

Appliquer deux fonctions

DÉFINITION

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Exemple. $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = x^2 - 3$.

- ❶ $(f \circ g)(x) = 2x^2 - 5$.
- ❷ $(g \circ f)(x) = 4x^2 + 4x - 2$.
- ❸ Les deux diffèrent : l'ordre compte.

Recette, coût, bénéfice

Grandeur	Expression
Recette	$R(x) = p x$
Coût	$C(x)$, avec une part fixe
Bénéfice	$B(x) = R(x) - C(x)$
Seuil	$B(x) = 0$

EXEMPLE

$R(x) = 60x$ et $C(x) = 20x + 500$: $B(x) = 40x - 500$, seuil à 12,5, donc 13 articles.

Combien de solutions ?

MÉTHODE

Je trace la droite $y = m$ et je compte les intersections avec la courbe, branche par branche.

Exemple. f croît de 0 à 12 sur $[0 ; 4]$, puis décroît de 12 à 2 sur $[4 ; 10]$.

- ❶ $m > 12$: aucune solution.
- ❷ $2 \leq m < 12$: deux solutions.

APPLICATION 1

Un seuil et un objectif

Énoncé. $B(x) = 40x - 500$. Combien d'articles pour un bénéfice d'au moins 1 500 dh ?

- ➊ $40x - 500 \geq 1\,500$.
- ➋ $40x \geq 2\,000$.
- ➌ $x \geq 50$ articles.

APPLICATION 2

Le bon prix de vente

Énoncé. Article acheté 80 dh, revendu x dh ; on vend $200 - x$ articles par mois.

❶ $B(x) = (x - 80)(200 - x) = -x^2 + 280x - 16\,000.$

❷ $B(x) = -(x - 140)^2 + 3\,600.$

❸ Prix optimal 140 dh, bénéfice 3 600 dh.

L'essentiel de la leçon

Objectif	Outil
Domaine	dénominateur, radicande
Extremum	forme canonique
Homographique	décomposer en $a + \frac{b}{x-c}$
Bénéfice	$R(x) - C(x)$
Nombre de solutions	droite $y = m$