



Suites numériques — Exercices d'approfondissement

1ère Bac · Suites numériques

Série 2 — placements, amortissements et suites auxiliaires.

Exercice 1

Un capital de 20 000 dh est placé à intérêts composés au taux annuel de 5 %.

1. Exprimer le capital C_n après n années.
2. Calculer C_8 à 1 dh près.

Correction

1. (C_n) est géométrique de raison 1,05 : $C_n = 20\,000 \times 1,05^n$.
2. $C_8 = 20\,000 \times 1,05^8 \approx 29\,549$ dh.

Exercice 2

Un capital de 20 000 dh est placé à intérêts **simples** au taux annuel de 5 %.

1. Exprimer le capital après n années.
2. Comparer avec l'exercice 1 pour $n = 8$.

Correction

1. (C_n) est arithmétique de raison 1 000 : $C_n = 20\,000 + 1\,000n$.
2. $C_8 = 28\,000$ dh : les intérêts composés rapportent environ 1 549 dh de plus.

Exercice 3

Une machine vaut 80 000 dh et perd 15 % de sa valeur chaque année.

1. Exprimer sa valeur V_n après n années.
2. Au bout de combien d'années vaudra-t-elle moins de 30 000 dh ?

Correction

1. $V_n = 80\,000 \times 0,85^n$.
2. $0,85^n < 0,375$: pour $n = 6$, $0,85^6 \approx 0,377$; pour $n = 7$, $\approx 0,321$. C'est donc à partir de la **7e** année.

Exercice 4

Soit (u_n) définie par $u_0 = 1\,000$ et $u_{n+1} = 0,9u_n + 200$.

1. Déterminer le point fixe ℓ .
2. Montrer que $v_n = u_n - \ell$ est géométrique et en déduire u_n .

Correction

1. $\ell = 0,9\ell + 200$ donne $\ell = 2\,000$.
2. $v_{n+1} = 0,9v_n$ avec $v_0 = -1\,000$: $v_n = -1\,000 \times 0,9^n$, donc $u_n = 2\,000 - 1\,000 \times 0,9^n$.

Exercice 5

Une entreprise vend 500 unités la première année, puis 80 de plus chaque année.

1. Exprimer les ventes u_n de l'année n (avec $u_0 = 500$).
2. Calculer le total vendu sur 10 ans.

Correction

1. $u_n = 500 + 80n$.
2. De u_0 à u_9 : 10 termes, de 500 à 1 220 ; total = $\frac{10 \times 1\,720}{2} = 8\,600$ unités.

Exercice 6

Soit $u_n = \frac{5n+3}{n+1}$.

1. Écrire u_n sous la forme $a + \frac{b}{n+1}$.
2. En déduire la monotonie et un majorant.

Correction

1. $u_n = 5 - \frac{2}{n+1}$.
2. La quantité retranchée décroît : la suite **croît** et reste inférieure à 5.

Exercice 7

Un prêt de 50 000 dh est remboursé par mensualités constantes de 2 500 dh, avec un intérêt mensuel de 1 % sur le capital restant. Exprimer le capital restant K_{n+1} en fonction de K_n , puis déterminer le point fixe.

Correction

$K_{n+1} = 1,01 K_n - 2\,500$. Point fixe : $\ell = 1,01\ell - 2\,500$ donne $\ell = 250\,000$; comme $K_0 < \ell$, la suite $K_n - 250\,000$ est négative et géométrique de raison 1,01 : le capital **décroît**.