

1ÈRE BAC SCIENCES ÉCONOMIQUES · LEÇON 2

Équations, inéquations et systèmes

Second degré · Quotients · Coût et bénéfice

Ce que nous allons apprendre

- Équations du second degré
- Signe du trinôme et inéquations
- Inéquations avec quotient
- Systèmes de deux équations
- Modéliser coût, recette et bénéfice
- Seuil de rentabilité et optimum

Le discriminant

FORMULES

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Δ	Solutions
> 0	deux solutions distinctes
$= 0$	une solution double
< 0	aucune solution réelle

La règle d'or

ÉNONCÉ

Le trinôme est du **signe de a** à l'extérieur des racines, du signe de $-a$ entre elles.

Exemple. $-x^2 + 4x - 3 \geq 0$.

- ❶ $\Delta = 4$: racines 1 et 3.
- ❷ $a = -1 < 0$: positif **entre** les racines.
- ❸ $S = [1 ; 3]$.

Tout ramener d'un côté

Exemple. Résoudre $\frac{2x - 1}{x + 3} \geq 1$.

- ❶ $\frac{2x - 1}{x + 3} - 1 = \frac{x - 4}{x + 3}$.
- ❷ Tableau de signes : le quotient est positif pour $x < -3$ ou $x \geq 4$.
- ❸ $S =] - \infty ; -3[\cup [4 ; +\infty[$.

Deux méthodes

Méthode	Quand
Substitution	une inconnue facile à isoler
Combinaison	coefficients à rendre opposés

Exemple.
$$\begin{cases} 2x + 5y = 18 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$$

- 1 $\times 2$ et $\times 5$: $4x + 10y = 36$ et $15x - 10y = 40$.
- 2 $19x = 76$, donc $x = 4$ et $y = 2$.

Coût, recette, bénéfice

Grandeur	Expression
Recette	$R(x) = p x$
Coût total	$C(x) = \text{variable} + \text{fixe}$
Bénéfice	$B(x) = R(x) - C(x)$
Seuil de rentabilité	$B(x) = 0$

OPTIMUM

Lorsque B est un trinôme, le maximum est au **sommet** de la parabole.

Du coût au bénéfice

Énoncé. $C(x) = x^2 + 20x + 400$, prix unitaire 100 dh.

- ➊ $B(x) = 100x - C(x) = -x^2 + 80x - 400$.
- ➋ $\Delta = 4\,800$: les racines valent environ 5,4 et 74,6.
- ➌ L'entreprise est bénéficiaire pour $6 \leq x \leq 74$ articles.

Forme canonique

CALCUL

$$B(x) = -x^2 + 80x - 400 = -(x - 40)^2 + 1\,200$$

- 1 Le carré est toujours positif, donc $B(x) \leq 1\,200$.
- 2 L'égalité a lieu pour $x = 40$.
- 3 Bénéfice maximal : 1 200 dh pour 40 articles.

APPLICATION 1

Deux prix

Énoncé. Deux produits coûtent 150 dh ensemble, le premier 30 dh de plus que le second.

1
$$\begin{cases} a + b = 150 \\ a - b = 30 \end{cases}$$

2 En additionnant : $2a = 180$.

3 $a = 90$ dh et $b = 60$ dh.

APPLICATION 2

Maximiser un bénéfice

Énoncé. $C(x) = x^2 + 10x + 96$, prix unitaire 50 dh.

- ➊ $B(x) = -x^2 + 40x - 96$.
- ➋ $B(x) = -(x - 20)^2 + 304$.
- ➌ Maximum 304 dh pour 20 articles.

L'essentiel de la leçon

Objectif	Outil
Résoudre	discriminant
Inéquation	signe de a hors des racines
Quotient	tableau de signes
Seuil de rentabilité	racines de B
Optimum	sommet $x = -\frac{b}{2a}$